

Секция “Изток” – СМБ
КОЛЕДНО МАТЕМАТИЧЕСКО СЪСТЕЗАНИЕ – 09.12.2017 г.

9 клас

Времето за решаване е 120 минути.

Регламент: Всяка задача от 1 до 9 има само един верен отговор. “Друг отговор” се приема за решение само при отбелязан верен резултат. Задачите от 1 до 3 се оценяват с по 3 точки, задачите от 4 до 6 се оценяват с по 5 точки, задачите от 7 до 9 се оценяват с по 7 точки. Задача 10 се решава подробно и се оценява с 15 точки.

Организаторите Ви пожелават успех!

Име.....училище.....град.....

1. Кое от числата не е от допустимите стойности на израза $\frac{x + \frac{1}{x}}{x + 3}$:
- А) 1 Б) -1 В) 3 Г) -3
2. Кои са корените на уравнението $25x^2 + 4 = 0$?
- А) $\pm \frac{2}{5}$ Б) $\frac{2}{5}$ В) $\frac{4}{5}$ Г) няма реални корени
3. Диагоналите на четириъгълник $ABCD$ са 4 cm и 8cm. Обиколката на четириъгълник с върхове средите на страните на $ABCD$ е:
- А) 12 cm Б) 16 cm В) 24 cm Г) 48 cm
4. След съкращаване на дробта $\frac{2x^2 - x - 3}{2x^2 - 5x + 3}$, $x \neq 1$ и $x \neq \frac{3}{2}$, се получава:
- А) $\frac{x-1}{x+1}$ Б) $\frac{x+1}{x-1}$ В) $\frac{2x-3}{x-1}$ Г) друг отговор
5. В правоъгълен триъгълник с катетите 12 cm и 16 cm е вписана окръжност с радиус 4 cm. Хипотенузата на триъгълника е равна на:
- А) 22 cm Б) 24 cm В) 28 cm Г) друг отговор
6. Най- малкото общо кратно на многочлените $3x-6$ и $2x^2 + 6x - 20$ е:
- А) $6(x-2)(x^2 + 3x - 10)$ Б) $3(x-2)^2(x+5)$ В) $6(x-2)(x+5)$ Г) друг отговор
7. За кои стойности на реалния параметър k уравнението $(k+1)x^2 + 2(3k+2)x + 9k = 0$ има два различни реални корена:
- А) $k \in \left[-1\frac{1}{3}; +\infty\right)$ Б) $k \in \left(-1\frac{1}{3}; +\infty\right)$ В) $k \in (-1; +\infty)$ Г) друг отговор
8. Медианата AM и височината CH на остроъгълния равнобедрен $\square ABC$ ($AB = AC$) се пресичат в т. P . Ако $\square ACH = 40^\circ$, то $\square APC$ е:
- А) 100° Б) 115° В) 120° Г) друг отговор
9. Изразът $\frac{x^4 - y^4}{x^2 y^2} : \left[\left(1 + \frac{y^2}{x^2}\right) \left(1 - \frac{2x}{y} + \frac{x^2}{y^2}\right) \right]$, в дефиниционното си множество, е тъждествено равен на:
- А) $\frac{x-1}{x+y}$ Б) $\frac{x-y}{x+y}$ В) $\frac{x+y}{x-y}$ Г) друг отговор
10. Дадено е уравнението $\frac{x^2 - 2x + 2}{a^2 x - a^2 + 2a} = \frac{1}{ax - a + 2} - \frac{x-1}{a}$.
- А) Решете уравнението при $a = -1$
Б) За кои стойности на параметъра a уравнението има единствен корен?

Отговори 9 клас

1.Г); 2.Г); 3.А); 4. Б) 5. Г (20); 6.В); 7.Г) $k \in \left(-\frac{4}{3}, -1\right) \cup (-1, \infty)$ 8.Б); 9.В)

Решение 10 зад.:

А) Уравнението има вида $\frac{x^2 - 2x + 2}{x - 3} = -\frac{1}{x - 3} + x - 1$ 1 точка

ДС: $x \neq 3$

Привеждаме към общ знаменател и получаваме $2x = 0$ 1 точка

Корен е $x = 0$ 1 точка

Коренът е от ДС: 1 точка

Б) ДС: $a(ax - a + 2) \neq 0$; $x \neq \frac{a - 2}{a}$, $a \neq 0$ 1 точка

$\frac{x^2 - 2x + 2}{a(ax - a + 2)} = \frac{1}{ax - a + 2} - \frac{x - 1}{a}$, $x^2 - 2x + 2 = a - (x - 1)(ax - a + 2)$ 3 точки

$(a + 1)x^2 - 2ax = 0$ 1 точка

1 случай: $a + 1 = 0$, $a = -1$ получаваме $2x = 0$ 1 точка

$x = 0 \in \text{ДС}$, коренът е единствен 1 точка

2 случай: $a + 1 \neq 0$, $a \neq -1$

$x[(a + 1)x - 2a] = 0$, $x_1 = 0$ и $x_2 = \frac{2a}{a + 1}$ 1 точка

За да бъде x_2 корен на уравнението $\frac{2a}{a + 1} \neq \frac{a - 2}{a}$

$2a^2 \neq a^2 - 2a + a - 2$, $a^2 + a + 2 \neq 0$, $D = 1 - 8 < 0$ 1 точка

Следователно $a^2 + a + 2 \neq 0$ за всяко a и $x_2 = \frac{2a}{a + 1} \in \text{ДС}$ 1,5 точки

За да бъде единствен корен $x_1 = x_2$, $\frac{2a}{a - 1} = 0$, $a = 0$, което не е от ДС 1 точка

Единствена възможност е $a = -1$. 0,5 точки

Ваня Цветкова, Елизабет Игова
Перник